Test 2 – Sujet A

Résoudre **les deux** exercices suivants.

Exercice 1 (Matrices)

(i) Calculer le produit AB des deux matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \qquad \text{et} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

(ii) On considère l'application linéaire suivante :

$$f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ (x,y) & \longmapsto & (3x-y, x+2y) \end{array}.$$

Déterminer la matrice associée à f. Si elle existe, calculer la matrice inverse de cette dernière.

(iii) En utilisant la question précédente, résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$$

Exercice 2 (Géométrie dans le plan)

Dans le plan, on considère les points $A(-2,1)$ et $B(1,2)$.

(i) Déterminer une équation de la droite Δ passant par A et B.

(ii) Déterminer une équation de la droite Δ' perpendiculaire à Δ et passant par le point $C(-1,0)$.

Test 2 – Sujet A

NOM et PRÉNOM (lisibles) :

Résolution des exercices

Test 2 – Sujet A

Corrigé du test

Exercice 3 (Matrices)

(i)

$$AB = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ -1 & -5 & 8 \end{pmatrix}$$

(ii) La matrice associée à f est

$$M = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Son déterminant est $3 \times 2 - 1 \times (-1) = 7 \neq 0$, donc M est inversible et son inverse est

$$M^{-1} = \frac{1}{7}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

(iii) On a

$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 2y = 2 \end{cases} \iff M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \iff \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = M^{-1}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{7}\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

donc l'unique solution du système est $x = \dfrac{4}{7}$ et $y = \dfrac{5}{7}$.

Exercice 4 (Géométrie dans le plan)

(i) Le vecteur $\overrightarrow{AB}$, qui a pour coordonnées $(1-(-2), 2-1) = (3,1)$, est un vecteur directeur de la droite Δ. On a donc une équation de Δ de la forme

$$x - 3y + c = 0,$$

où $c \in \mathbb{R}$. De plus, $A \in \Delta$, donc $-2 - 3 \times 1 + c = 0$, i.e. $c = 5$. Une équation de Δ est donc

$$x - 3y + 5 = 0.$$

(ii) Comme Δ' est perpendiculaire à Δ, $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur normal à Δ', et donc on a une équation de Δ' de la forme

$$3x + y + c = 0,$$

avec $c \in \mathbb{R}$. De plus, $C \in \Delta'$, i.e. $3 \times (-1) + 0 + c = 0$, i.e. $c = 3$. Une équation de Δ' est donc

$$3x + y + 3 = 0.$$